Journal of Metallurgical and Materials Engineering, 35, 4. 2024. (79-94)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Metallurgical and Materials Engineering

https://jmme.um.ac.ir

Iron&Steel Society of Iran

Modeling the Forming Limit Curve of Steel Sheets Using GTN Model Parameters and Swift Hardening Equation Variables

Research Article

Mahdi Chelovian[1], Abdolvahed Kami[2]

DOI: 10.22067/jmme.2024.87801.1147

1- Introduction

One of the most common and significant defects in the sheet metal forming processes is sheet fracture. From a microstructural perspective, fracture occurs due to the growth and coalescence of microvoids. The GTN damage model accurately represents the growth and coalescence of microvoids, providing reliable predictions of material fracture. The GTN model's potential function considers the hydrostatic effects of stress components and void volume fraction to predict necking and onset of fracture. Studies have demonstrated that combining the GTN damage model with the M-K model is highly effective for predicting the onset of fracture and determining the forming limit curves (FLCs). In this approach, the GTN criterion is employed to predict fracture in the defective region of the M-K model. This combined model has been applied to predict the FLC of various materials, including AISI 304, AA6016-T4, Cu/Ni-coated foils, and AA1050. In this study, the combined GTN and M-K model was utilized to obtain the FLCs of steel sheets. Initially, finite element simulations of the M-K model incorporating the GTN model were performed. Subsequently, polynomial relationships were derived using the obtained data to predict limit strains and construct the FLCs of steel sheets. Microstructural parameters (using the GTN damage model) and macroscopic material variables (using the Swift hardening relationship) were considered.

2- Experimental Tests

Uniaxial tensile tests were conducted on AISI 304 steel sheets with a thickness of 0.7 mm to determine mechanical properties and identify Swift equation parameters. Additionally, Nakajima tests (bulging with a hemispherical punch) were performed on six notched disk-shaped sheet samples with an outer diameter of 200 mm and widths of 20, 40, 60, 80, 100, and 140 mm, as well as one circular sample (200 mm diameter). Limit strains and the forming limit diagram were obtained through these tests. A hemispherical punch with a diameter of 100 mm was used for the Nakajima tests. Before each test, the punch was lubricated and three layers of 0.05 mm-thick Teflon film were placed between the sheet and the punch to minimize friction.

3- Finite Element Simulation of the M-K Model

A finite element model based on the M-K approach was developed to determine limit strains. The model consisted of a sheet with a length of 14 mm, a width of 7 mm, and a thickness of 0.7 mm. Four simulations were conducted under different boundary conditions, as illustrated in Figure 1, each yielding the coordinates of a single point on the FLC. Regions A and B of Figure 1 depict the M-K model's non-defective and imperfection zones, respectively. Region B has the same thickness as region A but contains microvoids with an initial volume fraction of f_0, whereas region A has no voids. The GTN model controls void growth in both A and B regions.

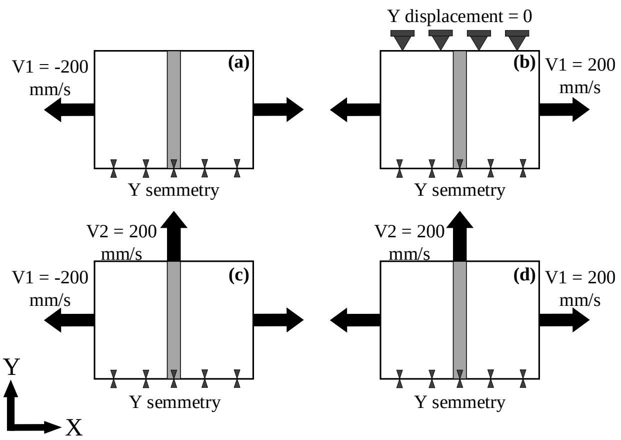


Figure 1. Boundary conditions and loading in the finite element models of M-K for constructing a complete FLC (a) uniaxial tension, (b) plane strain, (c) biaxial tension, (d) equal biaxial tension

*Manuscript received April 28, 2024, Revised October 6, 2024, Accepted November 30, 2024.

[1] MSc Graduate in Manufacturing Engineering, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

[2] Corresponding Author: Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.
Email: akami@semnan.ac.ir

4- Experimental Design

In the designed experiments, the GTN model parameters (q_2, f_0, f_C, f_N) and the Swift equation parameters (K, ε_0, n) were considered as inputs, while the minor and major limit strains served as outputs. Five additional GTN model parameters (q_1, q_3, f_F, S_N, ε_N) were assigned constant values based on references: 1.5, 2.25, 0.15, 0.1, and 0.3, respectively. Three levels were defined for each input parameter as shown in Table 1. A total of 143 tests were designed using a central composite design method. Each test involved different combinations of GTN and Swift parameters, which were applied to the finite element M-K model.

Table 1. Values of GTN and Swift equation parameters in the designed experiments

Parameter	Lower limit	Mid-value	Upper limit
K (MPa)	300	900	1500
ε_0	0.001	0.0255	0.05
n	0.1	0.35	0.6
q_2	1	1.5	2
$1-f_0$	0.9900	0.99495	0.9999
f_N	0.01	0.03	0.05
f_C	0.02	0.06	0.10

5- Results and Discussion

Figure 2 shows the distribution of major limit strains in an AISI 304 sheet at the onset of fracture under different loading conditions. To better illustrate the sheet, elements in region B at the onset of fracture were not removed. As depicted in Figure 2, the major limit strain values in the non-defective region (A) differ significantly from those in the imperfection region (B). For instance, in the plane-strain loading (Figure 2-b), the major limit strain in region B is 1.01, far exceeding the 0.36 value in region A. This difference arises from the sudden growth of void volume and limit strains before fracture occurs in region B, attributed to necking followed by fracture.

Simulation outputs yielded the minor and major limit strains at four specified points on the FLC (corresponding to the loading conditions in Figure 1). These strains represent seven outputs in total, considering the minor strain for plane strain loading is zero. Variance analysis was performed on the major and minor limit strain data obtained from the designed tests, and interpolation functions with minimal error and complexity were selected. These functions were developed to construct FLCs of steel sheets. To validate the accuracy of these functions, four random combinations of input parameters were generated, and the FLCs were computed. These random combinations are listed in Table 2. The predicted FLCs were also computed using finite element simulations of the M-K model. Figure 3 compares the analytical predictions with the finite element results, demonstrating the accuracy of the derived functions in terms of both strain values and FLC shape.

Table 2. Random Input Parameter Combinations for FLC Prediction

Parameter	Set 1	Set 2	Set 3	Set 4
K (MPa)	500	900	1350	1350
ε_0	0.04	0.002	0.001	0.005
n	0.25	0.40	0.20	0.35
q_2	1	1	1	1.5
$1-f_0$	0.99	0.99	0.99	0.99495
f_N	0.001	0.04	0.02	0.015
f_C	0.005	0.020	0.020	0.014

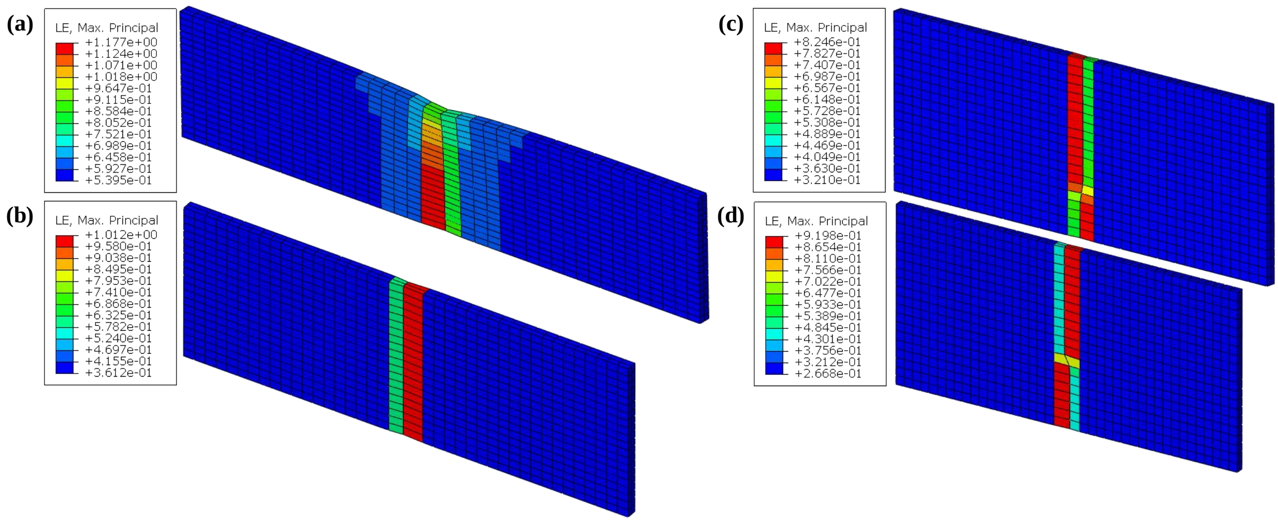


Figure 2. Distribution of major limit strains in AISI 304 sheet at the moment of fracture (a) uniaxial tension, (b) plane strain, (c) biaxial tension, (d) equal biaxial tension

6- Conclusion

The results demonstrated that the finite element M-K model combined with the GTN damage criterion is a simple yet efficient method for determining the limit strains of steel sheets. Quadratic functions were derived from the finite element data for constructing the FLCs of steel sheets. To determine limit strains and draw the FLCs, three Swift parameters (K, ε_0, n) and four GTN parameters (q_2, f_0, f_C, f_N) were utilized. These functions accurately predicted limit strains for random input parameters. Furthermore, limit strain predictions for AISI 304 steel sheets using the quadratic functions and finite element models revealed comparable accuracy. For instance, plane strain limit strains predicted by the finite element and analytical models were 0.3680 and 0.3647, respectively, with errors of 2.01% and 0.44% compared to experimental results.

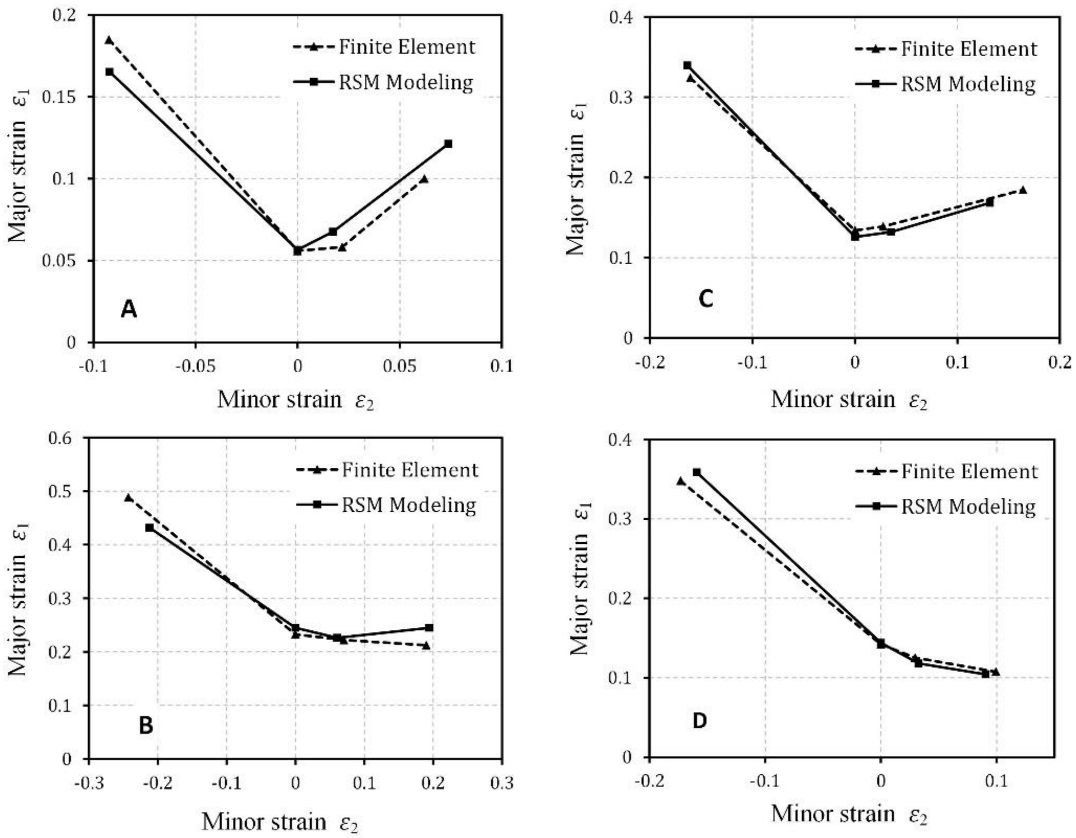


Figure 3. Comparison of FLCs predicted by analytical functions and finite element M-K model results

مهندسی متالورژی و مواد، ۳۵، ۴، ۱۴۰۳. (۹۶-۷۹)

مهندسی متالورژی و مواد

https://jmme.um.ac.ir/

انجمن آهن و فولاد ایران

دانشگاه فردوسی مشهد

مدل‌سازی منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی بر اساس پارامترهای مدل GTN و متغیرهای معادله کارسختی سوئیفت*

مقاله پژوهشی

مهدی چلوویان[۱] عبدالواحد کمی[۲]

DOI: 10.22067/jmme.2024.87801.1147

چکیده پیش‌بینی دقیق منحنی‌های حد شکل‌دهی (FLCs) برای بهبود شکل‌پذیری ورق‌های فولادی حیاتی است و به‌طور قابل‌توجهی بر صنایعی مانند خودروسازی و هوافضا تأثیر می‌گذارد. علی رغم اهمیت آن، روش‌های فعلی تعیین FLC پیچیده هستند و توسعه مدل‌های پیش‌بینی قابل اعتمادتر و ساده‌تر ضروری است. هدف این مقاله ارائه روابط تئوری ساده برای پیش‌بینی دقیق کرنش‌های حدی و رسم FLC ورق‌های فولادی است. چهار نقطه خاص روی FLC انتخاب شد و کرنش‌های حدی حداکثر و حداقل در این نقاط با استفاده از مدل‌های تحلیلی بر پایه شبیه‌سازی المان محدود مدل M-K تعیین شدند. دو دسته متفاوت از پارامترها در نظر گرفته شد: پارامترهای مدل GTN (پارامترهای مقیاس میکرو) و متغیرهای معادله سوئیفت (پارامترهای مقیاس ماکرو). کسر حجمی اولیه، پارامتر تنظیم (q_2)، کسر حجمی بحرانی حفره، کسر حجمی جوانه‌زنی، ضریب استحکام، کرنش اولیه و توان کرنش‌سختی هفت پارامتری هستند که به عنوان ورودی‌های طرح آزمایش از نوع مرکب مرکزی تعریف شدند. هر آزمایش در چهار مسیر شکل‌دهی مختلف شبیه‌سازی شد و از این طریق مختصات چهار نقطه روی FLC به دست آمد. درون‌یابی داده‌های شبیه‌سازی به تشکیل توابع تحلیلی کاربردی برای پیش‌بینی FLC ورق‌های فولادی شد. صحت این توابع با محاسبه FLCهای مختلف برای مقادیر تصادفی پارامترها و مقایسه آن‌ها با FLCهای حاصل از شبیه‌سازی مدل M-K نشان داده شد. نتایج نشان داد که روابط به دست آمده FLC ورق‌های فولادی را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌کند. کرنش حدی پیش‌بینی شده در ناحیه کرنش صفحه‌ای AISI304 برابر با ۰/۳۶۴۷ بود که خطای ۰/۴۴ درصد را نسبت به مقدار تجربی ۰/۳۷۰ نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی مدل GTN، منحنی حد شکل‌دهی، مدل M-K، ورق فولادی، AISI304.

Modeling the Forming Limit Curve of Steel Sheets Using GTN Model Parameters and Swift Hardening Equation Variables

Mahdi Chelovian Abdolvahed Kami

Abstract *The precise prediction of forming limit curves (FLCs) is vital for improving the formability of steel sheets, significantly impacting industries like automotive and aerospace manufacturing. Despite its significance, current approaches for determining FLCs are complex and necessitate more reliable prediction models. This paper aims to introduce theoretical relationships for accurately predicting limit strains and constructing the FLC of steel sheets. By selecting four specific points on the FLC, the corresponding maximum and minimum limit strains were determined using analytical models based on finite element simulations of the M-K model. Two sets of parameters were considered: GTN damage model parameters (micro-scale) and Swift's equation variables (macro-scale). The seven studied parameters, including void volume fractions, adjustment parameter (q2), critical void volume fraction, nucleation void volume fraction, coefficient of strength, initial strain, and hardening exponent, were used as inputs for a central composite design of experiments. Each experiment represented a combination of the parameters and was simulated in four forming paths, providing coordinates for the FLC points. Interpolation of data from the finite element simulations led to the development of practical analytical functions for predicting the FLC of steel sheets. The functions' validity was demonstrated by computing multiple FLCs with randomly chosen parameter values and comparing them to FLCs obtained from the M-K model's simulations. The findings indicated that the formulated equations precisely determine the FLC of steel sheets. The predicted limit strain in the AISI304's plane strain zone was 0.3647, exhibiting an error of 0.44% relative to the experimental value of 0.370.*

Keywords GTN model, Forming limit curve, M-K Model, Steel sheet, AISI304.

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۲/۹ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۳/۹/۱۰ می‌باشد.

(۱) کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

(۲) نویسنده مسئول، دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.

Email: akami@semnan.ac.ir

مقدمه

یکی از عیوب مهم و متداول در فرایندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی پارگی ورق است که در بخش‌هایی از قطعه که در آن‌ها کرنش‌های اعمالی از میزان کرنش‌های مجاز ماده فراتر می‌رود، رخ می‌دهد. این عیب معمولا به صورت یک گلویی موضعی آغاز می‌شود و در ادامه آن پارگی ورق رخ می‌دهد. با توجه به اهمیت پیش‌بینی گلویی در موفقیت فرایندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی، تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه صورت گرفته و مدل‌های متنوعی از قبیل مدل گورسون [1] و مدل مارسینیاک ـ کوزینسکی (مدل M-K) [2] برای تعیین کرنش‌های حدی ارائه شده است.

به لحاظ میکروساختاری، وقوع پارگی در اثر اعمال کرنش، ناشی از رشد میکروحفره‌ها و به هم رسیدن آن‌ها است. معیارهای آسیب ابزارهای خوبی برای پیش‌بینی پارگی بر مبنای رشد حفره‌ها هستند [3,4]. از میان معیارهای آسیب مختلفی که در سال‌های اخیر توسعه پیدا کرده است، معیار آسیب گورسون به دلیل انطباق خوب نتایج آن با مشاهدات تجربی [1]، مورد توجه ویژه قرار گرفته است. تابع پتانسیل گورسون اثرات بخش هیدرواستاتیک مؤلفه‌های تنش و کسر حجمی حفره‌ها را در پیش‌بینی لحظه گلویی و پارگی ماده در نظر می‌گیرند [1]. مدل اولیه گورسون اثرات انعقاد حفره‌ها را که در نتیجه رشد و به هم رسیدن حفره‌ها رخ می‌دهد لحاظ نمی‌کند. به همین دلیل این مدل بعدا توسط تورگارد و نیدلمن [5,6] توسعه داده شد که تحت عنوان مدل GTN شناخته می‌شود. این مدل شکست را به صورت نتیجه طبیعی فرایند تغییر شکل، همراه با جوانه‌زنی، رشد و در نهایت انعقاد حفره‌ها که منجر به تشکیل ریز ترک‌ها می‌گردد، مدل می‌کند.

علاوه بر این، مدل M-K [2] یک مدل نسبتا ساده و در عین حال بسیار کارآمد در تعیین کرنش‌های حدی است. در این مدل فرض بر این است که کرنش موضعی در محلی از ورق که دارای ناهمگنی هندسی (شیار) است، اتفاق می‌افتد [7]. اندازه نقص ضخامت اولیه در مدل M-K ممکن است در برخی موارد غیر واقعی باشد، مخصوصا در مواردی که لازم باشد مقادیر بزرگی برای نقص ضخامت انتخاب شود تا اختلاف بین پیش‌بینی‌های مدل M-K و نتایج تجربی کاهش یابد. برای غلبه بر این اشکال، برخی از محققان مدل‌های مبتنی بر M-K را با فرض حفره‌های اولیه در ورق و در نظر گرفتن رشد حفره‌ها اصلاح کردند [8,9]. یکی از مثال‌های کاربردی در این مورد، ترکیب مدل آسیب GTN و مدل M-K برای پیش‌بینی لحظه وقوع پارگی و تعیین نمودار حد شکل‌دهی است [10,11]. چلوویان و کمی [12] مدل M-K را در نرم‌افزار المان محدود آباکوس مدل کرده و از معیار GTN برای پیش‌بینی پارگی در ناحیه معیوب مدل M-K استفاده کردند و نمودار حد شکل‌دهی ورق فولادی AISI 304 را با دقت قابل قبولی به دست آوردند. حسینی و همکاران [13] از حل تحلیلی ترکیب مدل‌های GTN و M-K برای پیش‌بینی گلویی موضعی در ورق‌های فلزی با حفره‌های داخلی استفاده کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن کسر حجمی حفره‌ها و استفاده از روش اصلاح‌شده نیوتن رافسون، FLC ورق‌های فولادی را پیش‌بینی کردند. وانگ و همکاران [14] یک مدل سه‌بعدی GTN/M-K برای بهبود پیش‌بینی حد شکل‌دهی ورق‌های فلزی ارائه کردند که در آن تنش‌های ضخامتی و اصطکاکی برای در نظر گرفتن حالت تنش سه‌بعدی در مدل M-K استفاده شد. برای پیش‌بینی پارگی نیز از مدل GTN استفاده شد. مقایسه نتایج این مدل با داده‌های تجربی به دست آمده برای ورق AA6016-T4 نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی به طور قابل توجهی دقت پیش‌بینی را به ویژه برای مسیرهای با کرنش بزرگ بهبود می‌بخشد. برفه و همکاران [15] نمودار حد شکل‌دهی ورق‌های AA1050 تولید شده با فرایند نورد تجمعی را با انجام آزمایش‌های تجربی ناکازیما و شبیه‌سازی المان محدود آن به دست آوردند. در بارگذاری کشش تک‌محوری و کشش دو محوری تطابق خوبی بین FLDهای تجربی و عددی مشاهده شد. ولی در حالت کرنش صفحه‌ای دقت شبیه‌سازی المان محدود کمتر بود. هوانگ و همکاران [16] ترکیب M-K همراه با یک مدل آسیب را برای پیش‌بینی پارگی مواد متخلخل ناهمسانگرد تحت عملیات شکل‌دهی ارائه کردند. روش M-K برای پیش‌بینی پارگی و موضعی شدن پلاستیک، با در نظر گرفتن عواملی مانند پارامتر ناهمسانگردی، ناهمگنی‌های ماده، هندسه و سطح ورق استفاده شد. مدل ارائه شده کرنش‌های حدی در بارگذاری غیر خطی را با دقت قابل قبولی محاسبه کرد. وانگ و همکاران [17] برای بررسی شکل‌پذیری فویل‌های پوشش‌دار مس/ نیکل، مدل M-K را با مدل GTN ـ تامسون ترکیب کردند. این مدل توسعه یافته

منحنی‌های حد شکل‌پذیری فویل‌های پوشش‌دار مس/ نیکل را تحت تأثیر اندازه دانه‌ها پیش‌بینی کرده و نحوه تأثیر عواملی مانند رشد حفره‌ها در فصل مشترک دو ورق و زبر شدن سطح بر حد شکل‌دهی را نشان می‌دهد. ترکیب مدل‌های GTN و M-K در شکل‌دهی گرم ورق‌های فولادی مقاومت بالا نیز استفاده شده است [18]. هو و همکاران [18] مدل GTN را با به کار بردن معیار ناهمسانگرد هاسفورد توسعه داده و در مدل M-K استفاده کردند. در این مطالعه، اثرات دما، آسیب حفره، نقص ضخامت اولیه و ناهمسانگردی در حد شکل‌دهی مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج نشان دهنده سازگاری خوبی بین پیش‌بینی نظری و آزمایش‌های تجربی است. فان و همکاران [19] نمودارهای حد شکل‌دهی چند لایه فلز و کامپوزیت (FML) را از طریق آزمایش‌های شکل‌دهی اتساع نیم‌کره‌ای به دست آوردند. آن‌ها از مدل ترکیبی M-K/GTN برای پیش‌بینی پارگی استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهد که شکل‌پذیری FML وابسته به میزان تحمل لایه نازک فولادی آن است.

مقالات مرور شده نشان‌دهنده کارایی بسیار بالای مدل ترکیبی GTN و M-K است. با این وجود استفاده از این مدل نیازمند کدنویسی و شبیه‌سازی متعدد است که بسیار زمان‌بر است. به همین دلیل در این مقاله، ابتدا شبیه‌سازی المان محدود مدل M-K با در نظر گرفتن مدل GTN انجام شد و با استفاده از داده‌های به دست آمده، روابط چندجمله‌ای ساده برای پیش‌بینی کرنش‌های حدی و در نتیجه رسم منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی ارائه شده است. پارامترهای دخیل شامل پارامترهای میکروساختاری (با به کار بردن مدل آسیب GTN) و نیز پارامترهای رفتار ماکروسکوپی ماده (با به کار بردن رابطه کارسختی سویفت) است.

مدل GTN

تابع پتانسیل مدل آسیب GTN به فرم زیر است [20]:

$$\Phi=\left(\frac{\bar{\sigma}}{Y}\right)^2 + 2q_1f^*\cosh\left(q_2\frac{3p}{2Y}\right)-(1+q_3f^{*2})=0 \qquad (۱)$$

در رابطه بالا $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر فون میسز، Y تنش تسلیم معادل ماده بدون حفره، P تنش هیدروستاتیک و f^* کسر حجمی مؤثر میکرو حفره‌ها است. مقدار Y از طریق رابطه کارسختی سویفت محاسبه می‌شود. رابطه سویفت به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Y=K(\bar{\varepsilon}_p-\varepsilon_0)^n \qquad (۲)$$

در این رابطه، K، $\bar{\varepsilon}_p$، ε_0 و n به ترتیب معرف ضریب استحکام، کرنش پلاستیک معادل، کرنش اولیه و توان کارسختی هستند.

در رابطه (۱)، f^* به صورت تابعی از حجم نسبی لحظه‌ای میکرو حفره‌ها تعریف می‌شود:

$$f^*=f+\left(\frac{f_F-f_F^*}{f_F-f_C}\right)(f_C-f)h[f_C-f] \qquad (۳)$$

در این رابطه f_F^* مقدار حجم نسبی نهایی میکرو حفره‌ها بوده و اهمیت فیزیکی ندارد. مقدار این پارامتر در حالت کلی از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$f_F^*=\frac{q_1+\sqrt{q_1^2-q_3}}{q_1^2} \qquad (۴)$$

که در آن $h[f_C-f]$ تابع پله‌ای اصلاح‌شده است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

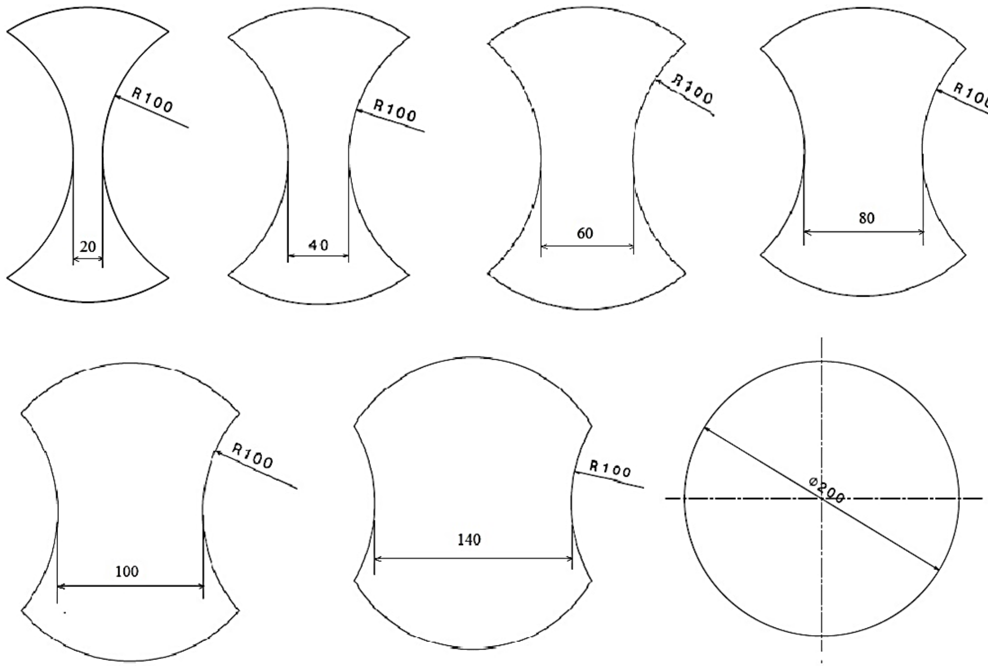
$$h(x)=\begin{cases}1, & x<0\\ 0, & x\ge 0\end{cases} \qquad (۵)$$

از میان پارامترهای مورد استفاده در معادلات فوق، پارامترهای GTN شامل q_2، f_0، f_C و f_N از تأثیرگذاری بیشتری برخوردارند و در کالیبره کردن مدل GTN مد نظر قرار داده می‌شوند. به همین این پارامترها به عنوان پارامترهای میکرو در تعیین کرنش‌های حدی انتخاب شدند. همچنین پارامترهای K، ε_0 و n به عنوان پارامترهای معرف رفتار ماکرو در پیش‌بینی کرنش‌های حدی به کار گرفته شدند.

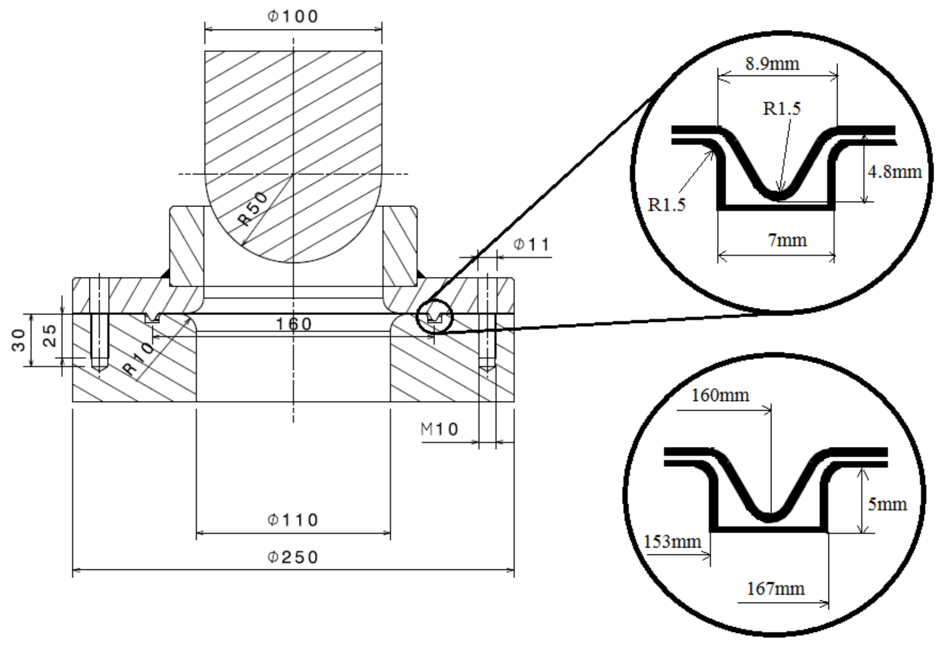
آزمایش‌های تجربی

آزمایش‌های تجربی روی ورق فولادی AISI 304 با ضخامت ۰/۷ میلی‌متر و به منظور صحه‌گذاری مدل‌های پیش‌بینی کننده کرنش‌های حدی انجام شدند. آزمایش کشش تک محوری به منظور تعیین خواص مکانیکی و همچنین شناسایی مقادیر پارامترهای معادله سویفت برای ورق فولادی AISI 304 انجام شدند. همچنین آزمایش‌های ناکازیما (اتساع با سنبه سرکروی) روی ۶ نمونه ورق دیسک‌شکل شیاردار با قطر خارجی ۲۰۰ میلی‌متر و پهناهای ۲۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰، ۱۰۰ و ۱۴۰ میلی‌متر به همراه یک نمونه گرد (با قطر ۲۰۰ میلی‌متر) انجام شدند و بدین

ترتیب کرنش‌های حدی و نمودار حد شکل‌دهی ورق به دست آمد. هندسه نمونه‌های ناکازیما در شکل (۱) نشان داده شده است. قالب مورد استفاده در آزمون ناکازیما شامل سه جزء اصلی ماتریس، سنبه نیم‌کروی و ورق‌گیر است. سنبه به شکل استوانه با سر نیم‌کروی بوده و قطر آن ۱۰۰ میلی‌متر است. نقشه ابعادی ماتریس و ورق‌گیر نیز در شکل (۲) مشخص شده است. آزمایش‌های کشش و ناکازیما بر روی یک دستگاه کشش و فشار با ظرفیت اسمی ۵۰ تن و با سرعت ۱ میلی‌متر بر دقیقه انجام شدند.



شکل ۱ نقشه نمونه‌های ورق AISI 304 جهت آزمایش اتساع با سنبه سرکروی



شکل ۲ الف) نقشه ماتریس و ب) نقشه ورق‌گیر قالب اتساع با سنبه سرکروی به قطر ۱۰۰ میلی‌متر

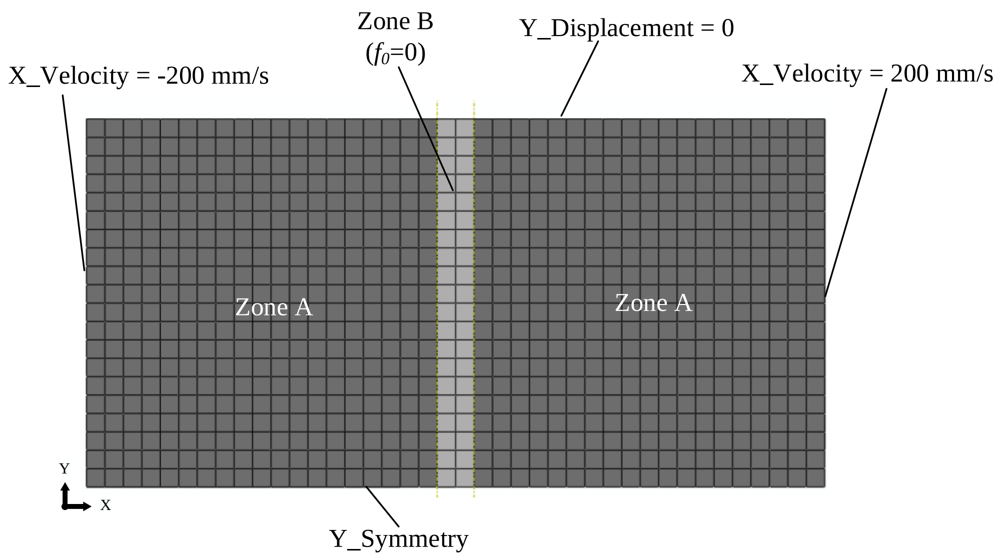
قبل از انجام هر آزمایش، سنبه به روغن حیوانی آغشته شد و همچنین بین ورق و سنبه سه لایه فیلم تفلون با ضخامت ۰/۰۵ میلی‌متر قرار داده شد تا کمترین میزان اصطکاک بین سنبه و ورق‌ها ایجاد شود. سطوح درگیری ورق و ورق‌گیر کاملا بدون لغزندگی و روانکاری هستند. برای اندازه‌گیری مقدار کرنش‌های سطحی بعد از تغییر شکل نمونه‌ها، سطح تمامی آن‌ها توسط دستگاه مارک‌زنی الکتروشیمیایی به صورت شبکه‌های مربع ـ دایره با ابعاد ۳ میلی‌متر (اضلاع مربع‌ها و قطر دایره‌ها ۳ میلی‌متر هستند) اچ شد. با انجام آزمایش‌های ناکازیما دایره‌های شبکه‌بندی سطح ورق به بیضی تغییر شکل می‌دهند. با مقایسه قطرهای کوچک و بزرگ این بیضی‌ها با مقدار قطر دایره‌های اولیه (۳ میلی‌متر)، مقدار کرنش‌های حدی کمینه و بیشینه در سطح ورق محاسبه شدند.

علاوه بر آزمایش‌های کشش و اتساع با سنبه سرکروی، عکس‌برداری الکترونی روبشی (SEM) به منظور بررسی سطح مقطع شکست نمونه‌ها انجام شد. همچنین به منظور بررسی کیفیت ورق AISI304 به لحاظ وجود میکروحفره‌ها و ناخالصی‌ها، تصاویر SEM از مقطع نمونه‌های اولیه تهیه شد.

شبیه‌سازی المان محدود مدل M-K

برای تعیین کرنش‌های حدی یک مدل المان محدود بر اساس مدل M-K ایجاد شد. در این مدل یک ورق با طول ۱۴ میلی‌متر و عرض ۷ میلی‌متر و ضخامت ۰/۷ میلی‌متر مدل شد. ابعاد اصلی ورق ۱۴ در ۱۴ میلی‌متر است که به دلیل تقارن نصف آن مدل شده است. در شکل (۳) ورق مش‌بندی شده به همراه شرایط مرزی آن نمایش داده شده است. لبه بالایی ورق دارای جابه‌جایی صفر در جهت محور Y است که نشان دهنده مسیر کرنش صفحه‌ای است. برای مسیرهای تغییر شکل مختلف شرایط مرزی لبه بالایی تغییر خواهد کرد ولی سایر موارد ثابت باقی می‌مانند. در شکل (۳) دو ناحیه A و B به ترتیب معرف نواحی سالم و معیوب در مدل M-K هستند. در مدل M-K ارائه شده توسط مارسینیاک و کوزینسکی [2]، ناحیه B دارای یک عیب ضخامتی است. به عبارت دیگر یک شیار با ضخامت کمتر روی ورق در نظر گرفته می‌شود. در مدل المان محدود مورد استفاده در این مقاله، ناحیه B دارای ضخامت یکسان با ناحیه A است ولی در مقابل، ناحیه A دارای درصد حفره‌های صفر بوده و ناحیه B دارای حفره با کسر حجمی f_0 است. رشد حفره‌ها هم در ناحیه A و هم در ناحیه B به وسیله مدل GTN کنترل می‌شود.

اندازه المان‌ها با اجرای آنالیز مش برابر با ۰/۳۵ میلی‌متر به دست آمد. در راستای ضخامت نیز تعداد ۲ المان در نظر گرفته شد. بدین ترتیب تعداد ۱۶۰۰ المان از نوع C3D8R (المان سه-بعدی ۸ گرهی خطی با انتگرال‌گیری کاهش یافته) مورد استفاده قرار گرفت. ورق فولادی به صورت الاستیک ـ پلاستیک و همسانگرد مدل شد. کار سختی ماده در ناحیه پلاستیک با مدل سویفت تعریف شد.



شکل ۳ مجموعه مدل المان محدود روش M-K با در نظر گرفتن مقدار حفره‌های اولیه f_0 در ناحیه معیوب B [12]

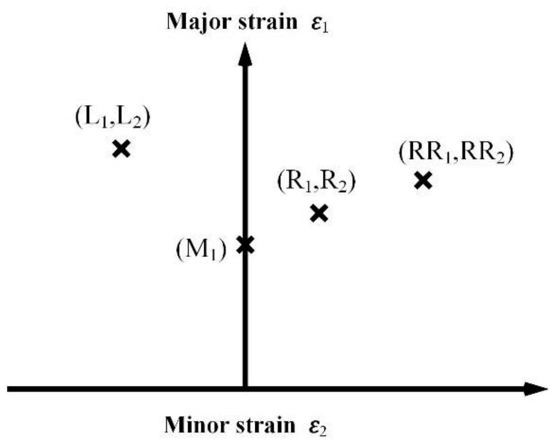
طراحی آزمایش

در طراحی آزمایش پارامترهای مـدل GTN (q_2، f_0، f_C و f_N) و پارامترهـای رابطـه سـویفت (K، ε_0 و n) بـه عنـوان ورودی و کرنش‌های حدی حداقل و حداکثر به عنـوان خروجـی در نظـر گرفته شدند. همان طـور کـه اشـاره شـد، مـدل GTN دارای ۹ پارامتر است. به همین دلیل، برای کاهش محاسبات و بر اسـاس مراجـع [12,20,21]، چهـار پـارامتر مهـم کـه دارای بیشـترین تأثیرگذاری بر روی کرنش‌های حدی هسـتند، یعنـی f_0، q_2، f_N و f_C انتخاب شدند. مقادیر پنج پارامتر دیگـر یعنـی q_1، q_3، f_F، S_N و $\bar{\varepsilon}_N$ به ترتیب برابر با ۱/۵، ۲/۲۵، ۰/۱۵، ۰/۱ و ۰/۳ در نظر گرفته شد [12,20,21]. برای طراحی آزمایش و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزار آماری دیزاین ـ اکسـپرت (Design-Expert) اسـتفاده شد. در طراحی آزمایش برای هر پارامتر ورودی سـه سـطح در نظر گرفته شد: حد پایین، حد بالا و میانگین حـد پـایین و بـالا. مقادیر پارامترها در سه سـطح مـذکور در جـدول (۱) مشـخص شده است. لازم به ذکر است که در این جـدول بـه جـای f_0 از چگالی نسبی $(1-f_0)$ (نسبت حجم ماده حفره‌دار به حجـم مـاده بدون حفره) استفاده شده است زیرا در مدل‌سازی المان محدود در نرم‌افزار آبـاکوس چگـالی نسـبی در تعریـف رفتـار آسـیب استفاده می‌شود. همچنین پارامتر f_F با $(f_F - f_C)$ جایگزین شـده است تا در همه آزمایش‌ها همیشه مقدار f_F بزرگ‌تر از مقدار f_C باشد. بدین ترتیب تعـداد ۱۴۳ آزمـایش توسـط روش طراحـی آزمایش از نوع مرکب مرکزی به دست آمدند. هر کـدام از ایـن آزمایش‌ها شامل ترکیب‌های متفاوتی از پارامترهای مـدل GTN و پارامترهای سویفت هستند که در شـبیه‌سـازی المـان محـدود مدل M-K مورد استفاده قرار گرفتند. مقادیر پارامترها در جدول (۱) به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که خواص مکانیکی اکثر فولادها را پوشش دهد و در نتیجـه توابـع درجـه دوم بـه دسـت آمـده عمومیت بیشتری برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی خواهد داشت.

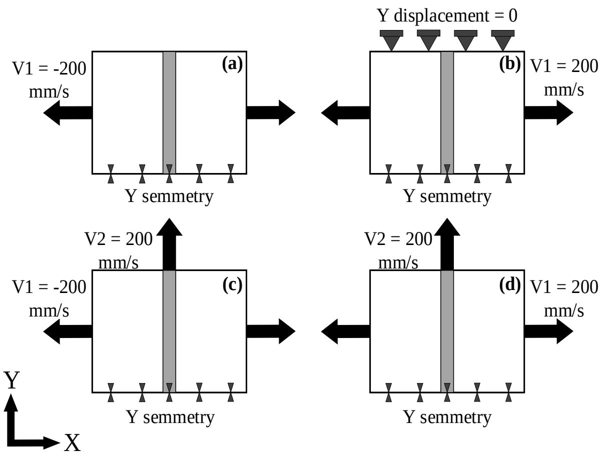
مختصات چهار نقطه روی منحنی حد شکل‌دهی به عنـوان خروجی‌های طراحی آزمایش (۷ خروجی) در نظر گرفته شدند. این نقاط که در شکل (۴) نمایش داده شـده‌انـد معـرف مقـادیر کرنش‌های حـدی حـداکثر و حـداقل مربـوط بـه تغییـر شـکل تک‌محوری (L1 و L2)، کرنش حدی مربـوط بـه حالـت تغییـر شکل کـرنش صـفحه‌ای (M1)، کـرنش‌هـای حـدی حـداکثر و حداقل مربوط به کشش دومحـوری (R1 و R2) و کـرنش‌هـای حدی حداکثر و حداقل مربوط به کشش دو محوری هـم‌محـور (RR1 و RR2) هستند. در شکل (۴) زیر نویس ۱ معرف مقـدار کرنش حدی حداکثر و زیر نویس ۲ معرف مقدار کرنش حـدی حداقل هستند. برای به دست آوردن مختصـات هـر نقطـه روی نمودار حد شکل‌دهی نیاز به یک شبیه‌سازی المان محدود مـدل M-K (با شرایط مرزی متفاوت) است. در نتیجه برای رسم یـک منحنی حد شکل‌دهی برای هر آزمایش (ترکیب پارامترهـا) لازم است ۴ شبیه‌سازی انجام شود. بنابراین با توجه به اینکـه تعـداد ۱۴۳ آزمایش طراحی شده‌اند، در مجموع ۵۷۲ شبیه‌سازی المـان محدود انجام شد. در شکل (۵) شرایط مرزی مدل المان محدود M-K برای به دست آوردن مختصات چهار نقطـه روی نمـودار حد شکل‌دهی نشان داده شده است.

جدول ۱ حدود بالا و پایین پارامترهای مدل GTN و پارامترهای مکانیکی رابطه سویفت

پارامتر	سطح پایین	سطح میانگین	سطح بالا
K (MPa)	۳۰۰	۹۰۰	۱۵۰۰
ε_0	۰/۰۰۱	۰/۰۲۵۵	۰/۰۵
n	۰/۱	۰/۳۵	۰/۶
q_2	۱	۱/۵	۲
$1-f_0$	۰/۹۹۰۰	۰/۹۹۴۹۵	۰/۹۹۹۹
f_N	۰/۰۱	۰/۰۳	۰/۰۵
f_C	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۱۰



شکل ۴ مختصات چهار نقطه روی منحنی حد شکل‌دهی در نظر گرفته شده به عنوان خروجی‌های طراحی آزمایش



شکل ۵ شرایط مرزی و بارگذاری مدل المان محدود M-K در تعیین نمودار حد شکل‌دهی کامل، (a) کشش تک‌محوری، (b) کرنش صفحه‌ای، (c) کشش دومحوری و (d) کشش دومحوری یکسان

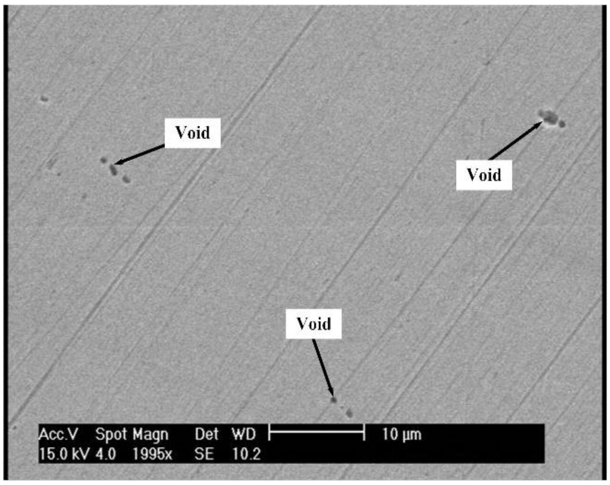
نتایج و بحث

نتایج در دو بخش مجزا ارائه شده است: بخش اول شامل نتـایج تجربی (تصاویر SEM و نمودار حـد شـکل‌دهـی تجربـی ورق AISI 304) اسـت و در بخـش دوم آنـالیز داده‌هـای طراحـی آزمایش و توابـع درجـه دوم بـه دسـت آمـده بـرای پـیش‌بینـی منحنی‌های حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی ارائه شده است.

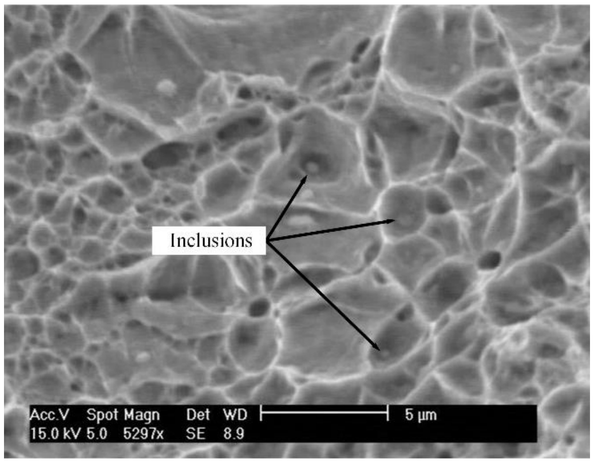
نتایج تجربی

از تصویربرداری SEM برای نمایش حفـره‌هـا در مـاده اولیـه و همچنین ماده تغییر شکل یافته استفاده شد. تصویر SEM مقطـع نمونه اولیه در شکل (۶) نمـایش داده شـده اسـت. مطـابق ایـن شکل ورق اولیه دارای حفره‌هایی با ابعاد حدودی ۲ میکرومتر و کوچک‌تر است. این حفره‌ها هر چند کوچـک هسـتند، ولـی بـا اعمال کرنش رشد کرده و سبب کاهش قدرت تحمـل بـار ورق می‌شوند.

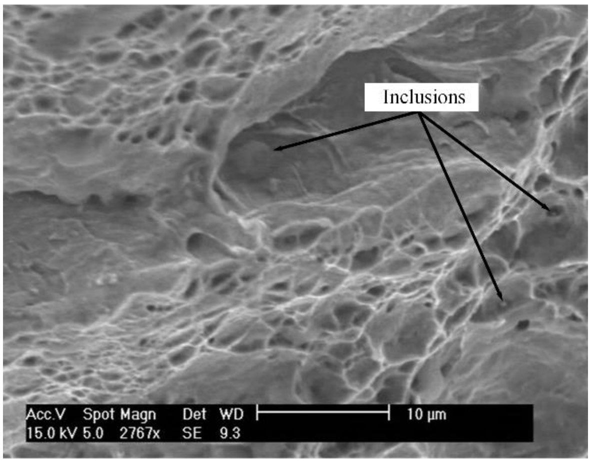
تصاویر SEM از سطح شکست نمونه‌های مختلف آزمایش ناکازیما نیز تهیه شد. مقایسه نمونه‌های مختلف (با عـرض‌هـای متفاوت) نشان داد که تمامی آن‌ها دارای سطح شکسـت مشـابه هم هستند. به این معنی که نحوه شکست از نـوع شکسـت نـرم بوده و کشیدگی در لبه حفره‌ها، تخلخـل و ناخالصـی در داخـل برخی از حفره‌ها در تمام موارد مشابه هـم بـود. بـرای مقایسـه، تصاویر SEM نمونـه‌هـای ناکازیمـا بـا عـرض ۸۰ میلـی‌متـر و همچنین نمونه دایروی با قطر ۲۰۰ میلی‌متر به ترتیب در شکل-های (۷) و (۸) ارائه شده است. با توجه به این شکل‌ها می‌تـوان گفت که ناخالصی‌ها و ذرات فاز ثانویه محل‌هایی برای جوانـه-زنی حفره‌ها در حین اعمال کرنش هسـتند. چـرا کـه در داخـل فرورفتگی‌هایی ناشی از جوانه‌زنی و رشـد حفـره‌هـا بـوده‌انـد، ذرات ناخالصی و فاز ثانویه را می‌توان به راحتی تشـخیص داد. از طرف دیگر حفره‌هایی که در داخل آن‌ها ناخالصـی مشـاهده نمی‌شود را می‌توان همان حفره‌های اولیه نمایش داده در شـکل (۶) قلمداد کرد. در مجموع حفره‌های اولیه و حفره‌های جوانـه-زنی بر اثر اعمال کرنش رشد نموده و با انعقاد آن‌هـا پـارگی در ورق رخ می‌دهد.



شکل ۶ تصویر SEM از حفره‌های اولیه در سطح مقطع ورق AISI 304 قبل از تغییر شکل



شکل ۷ سطح مقطع شکست نمونه ناکازیما با عرض ۸۰ میلی‌متر و وجود ذرات ناخالصی و فاز ثانویه درون حفره‌های جوانه‌زنی

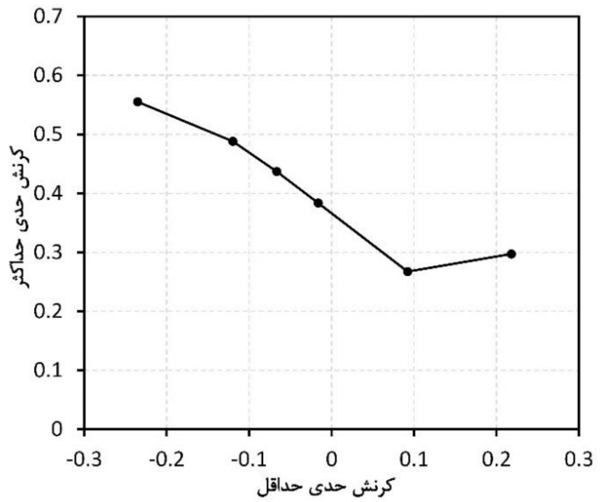


شکل ۸ سطح مقطع شکست نمونه دایروی ناکازیما و وجود ذرات ناخالصی و فاز ثانویه درون حفره‌های جوانه‌زنی

نمودار حد شکل‌دهی ورق AISI 304 با انجام آزمون ناکازیما بر روی ۷ نمونه مختلف به دست آمد. نمونه‌های ناکازیما در لحظه گلویی (یا پارگی) در شکل (۹) نشان داده شده است. با اندازه‌گیری قطرهای بزرگ و کوچک شبکه‌بندی دایروی سطح نمونه‌ها با استفاده از نمودار میلر چاپ شده روی طلق شفاف، مقدار کرنش‌های حدی حداکثر و حداقل برای هر نمونه محاسبه شد. برای افزایش دقت، اندازه‌گیری‌ها در نقاط مختلف مجاور خط گلویی یا پارگی ورق انجام شد. در نهایت با عبور دادن یک منحنی از میان نقاط به دست آمده، نمودار حد شکل‌دهی ورق AISI 304 به دست آمد. این نمودار در شکل (۱۰) نمایش داده شده است. مطابق این شکل، کرنش کمینه در ناحیه کشش دومحوری مشاهده می‌شود. همچنین کرنش M1 دارای مقدار تقریبی ۰/۳۷ است.



شکل ۹ نمونه‌های آزمایش ناکازیما در لحظه گلویی یا پارگی



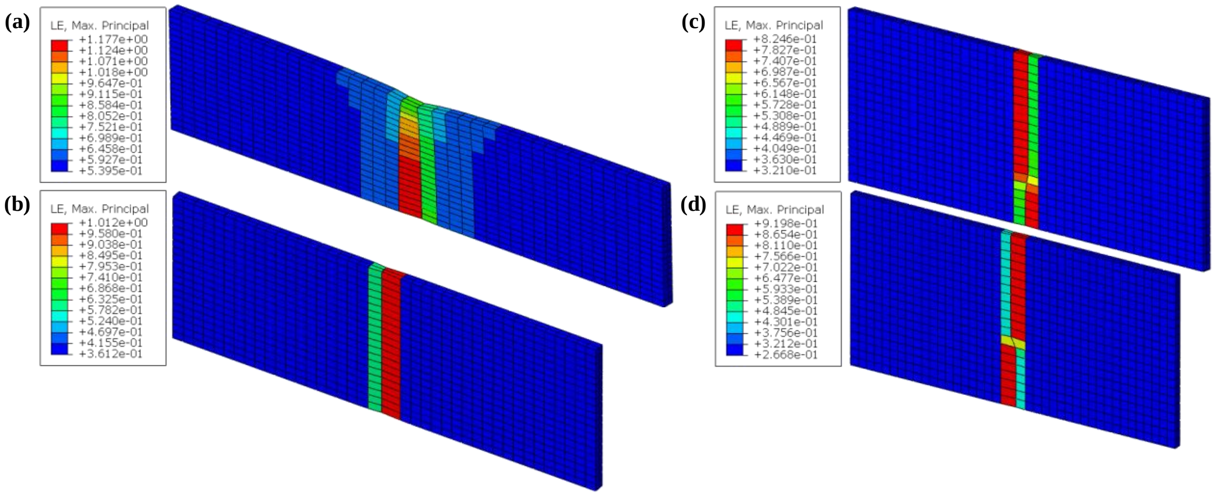
شکل ۱۰ نمونه‌های آزمایش ناکازیما در لحظه گلویی یا پارگی

استخراج توابع درجه دوم برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی

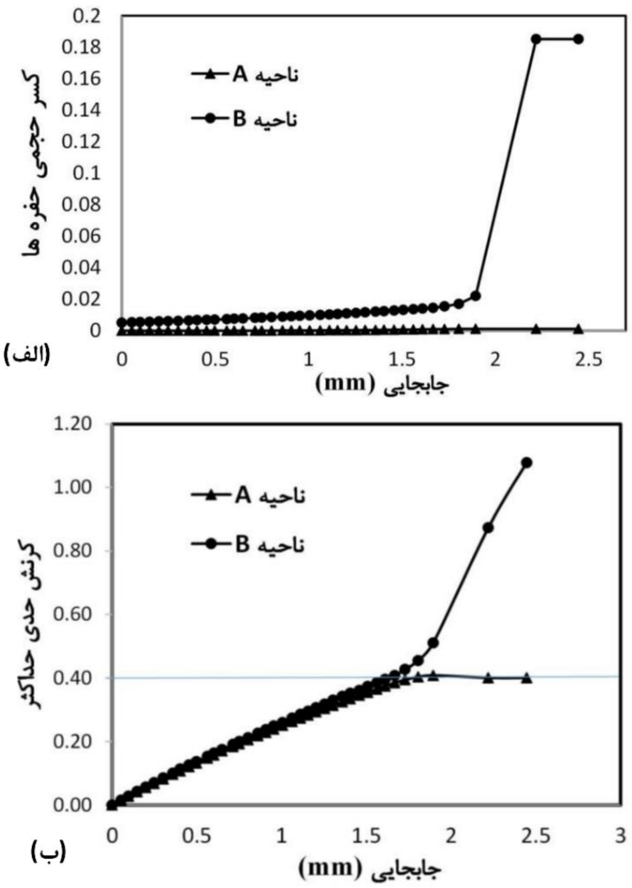
در شکل (۱۱) توزیع کرنش حدی حداکثر در ورق AISI 304 در لحظه وقوع پارگی در حالت‌های مختلف بارگذاری نشان داده شده است. در این شکل برای نمایش بهتر ورق، المان‌های ناحیه B در لحظه پارگی حذف نشده‌اند. مطابق شکل (۱۱) مقادیر کرنش‌های حدی حداکثر در ناحیه سالم A با مقدار آن در ناحیه معیوب B تفاوت زیاد دارد. به عنوان مثال، در حالت بارگذاری کرنش‌صفحه‌ای (شکل ۱۱–b) مقدار کرنش حدی حداکثر در ناحیه معیوب B برابر با ۱/۰۱ است که بسیار بیشتر از کرنش حدی در ناحیه سالم A (۰/۳۶) است. دلیل این مشاهده، رشد ناگهانی حجم حفره‌ها و نیز کرنش‌های حدی قبل از وقوع پارگی در ناحیه معیوب B است. که دلیل آن رخ دادن گلویی و متعاقب آن پارگی است.

در شکل (۱۲) نمودارهای تغییرات کسر حجمی حفره‌ها و کرنش حدی حداکثر با تغییر شکل ورق در حالت بارگذاری کرنش صفحه‌ای نمایش داده شده است. مطابق این شکل، اگر چه حجم حفره‌ها در ناحیه B تا مقدار حجم نسبی نهایی f_F رشد کرده است، حجم حفره‌ها در ناحیه سالم A به میزان کمی رشد نموده است (از مقدار صفر ۰/۰۰۱۱ افزایش یافته است). به صورت مشابه مقدار کرنش حدی حداکثر در ناحیه B (۰/۸۸) بسیار بیشتر از کرنش‌های حدی در ناحیه A (۰/۴۰) است. دلیل این مشاهده، رشد ناگهانی حجم حفره‌ها و نیز کرنش‌های حدی قبل از پارگی می‌باشد. با توجه به شکل (۱۲–

ب)، بعد از اینکه مقدار کرنش در ناحیه A به عدد ۰/۴۰ رسیده است، افزایش کرنش در این ناحیه متوقف شده است. دلیل ایـن اتفاق، پارگی المان‌ها در ناحیه B است. به همین دلیل با افزایش بیشتر تغییـر شـکل، تنهـا کـرنش در ناحیـه B افـزایش یافتـه و المان‌های بیشتری از این ناحیه حذف می‌شوند. مقدار کرنش در لحظه پارگی اولین المان در ناحیه B، به عنوان کرنش حـدی در نظر گرفته شد.



شکل ۱۱ توزیع کرنش حدی حداکثر در ورق AISI 304 در لحظه وقوع پارگی، (a) کشش تک‌محوری، (b) کرنش صفحه‌ای، (c) کشش دومحوری و (d) کشش دومحوری یکسان



شکل ۱۲ (الف) تغییرات کسر حجمی حفره‌ها و (ب) کرنش حدی حداکثر با تغییر شکل ورق در حالت بارگذاری کرنش صفحه‌ای

خروجی شبیه‌سازی‌های المان محدود، کرنش‌های حدی حداقل و حداکثر در چهار نقطه مشخص شده روی منحنی حد شکل‌پذیری است. بعد از به دست آمدن مقادیر کرنش‌های حداکثر و حداقل برای ۷ خروجی طراحی آزمایش، آنالیز واریانس انجام شد. بدین ترتیب پارامترهایی که دارای تأثیر قابل توجه بر کرنش‌های حدی هستند، مشخص شدند. این پارامترها دارای ضریب p بزرگ‌تر ۰/۰۵ هستند. با هدف دستیابی به یک تابع پیش‌بینی کرنش حدی برای هر یک از خروجی‌ها، درون‌یابی با توابع مختلف خطی، درجه ۲ کاهش یافته (تابع حاصل از حذف جملات با توان‌های دوم هر پارامتر ورودی)، درجه ۲ و درجه ۳ انجام شد. تابعی با کمترین میزان خطا و درجه پیچیدگی به عنوان تابع درون‌یابی بهینه انتخاب گردید. در جدول (۲) نتایج آنالیز واریانس برای ۷ خروجی کرنش حدی ارائه شده است. مطابق با این جدول، تمامی توابع به دست آمده دارای ضریب تعیین، ضریب تعیین تنظیم شده و ضریب تعیین پیش‌بینی در حدود ۰/۹۵ و بالاتر هستند. بدین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که توابع پیش‌بینی کرنش‌های حدی از دقت قابل قبولی برخوردار هستند. جملات این توابع به همراه ضرایب آن‌ها در جدول (۳) آمده است. برای استفاده از این جدول، باید متغیرهای ورودی (A تا G) در بازه ۱- تا ۱+ نگاشته شوند. سپس با ضرب کردن مقدار ضرایب در متغیر مربوطه و با محاسبه مجموع عبارات، مقدار خروجی که همان کرنش حدی حداقل یا حداکثر است به دست خواهد آمد. عدد صفر در این جدول به این معنی است که متغیر مربوطه تأثیر چندانی در مقدار کرنش حدی ندارد و در محاسبات در نظر گرفته نمی‌شود.

به کمک توابع جدول (۳) می‌توان رسم منحنی حد شکل‌دهی برای فولادهایی که خواص آن‌ها در بازه مقادیر ذکر شده در جدول (۱) قرار می‌گیرد را انجام داد. برای بررسی دقت این توابع، چهار ترکیب مختلف از مقادیر پارامترهای ورودی به صورت تصادفی ایجاد شده و منحنی حد شکل‌دهی محاسبه شد. این چهار ترکیب تصادفی در جدول (۴) مشخص شده است. برای صحه‌گذاری پیش‌بینی‌های توابع، منحنی‌های حد شکل‌دهی برای این چهار ترکیب تصادفی از طریق شبیه‌سازی المان محدود مدل M-K نیز محاسبه شدند. مقایسه بین پیش‌بینی‌های توابع تحلیلی جدول (۳) و نیز مدل المان محدود M-K در شکل (۱۳) نشان داده شده است. مطابق با این شکل می‌توان نتیجه گرفت که توابع به دست آمده دقت قابل قبولی دارند به طوری که هم مقدار کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده به مقدار کرنش حاصل از شبیه‌سازی نزدیک است و هم فرم منحنی مطابقت خوبی دارد.

مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی حاصل از مدل المان محدود، توابع تحلیلی و نمودار تجربی در شکل (۱۴) نشان داده شده است. همان طور که در این شکل نمایش داده شده است، توابع تحلیلی مشابه با مدل المان محدود توانسته‌اند منحنی حد شکل‌دهی را با دقت مناسبی پیش‌بینی کنند. در سمت چپ منحنی حد شکل‌دهی انطباق خوبی بین نتایج توابع و المان محدود با منحنی تجربی وجود دارد. همچنین در ناحیه کرنش صفحه‌ای، تابع M1 و مدل المان محدود کرنش حدی را به ترتیب برابر با ۰/۳۶۸۰ و ۰/۳۶۴۷ پیش‌بینی نموده‌اند است که دارای خطای ۲/۰۱ و ۰/۴۴ درصد نسبت به مقدار تجربی است. خطای موجود در سمت راست نمودار حد شکل‌دهی می‌تواند ناشی از ساده‌سازی‌های صورت گرفته مانند در نظر نگرفتن اثر ناهمسانگردی باشد. با این وجود در نقطه سمت راست منحنی حد شکل‌دهی، مقادیر پیش‌بینی توابع تحلیلی و مدل المان محدود با داده‌های تجربی هم‌خوانی خوبی دارد.

جدول ۲ نتایج آنالیز ۷ خروجی کرنش حدی برای مدل‌سازی نمودار حد شکل‌پذیری

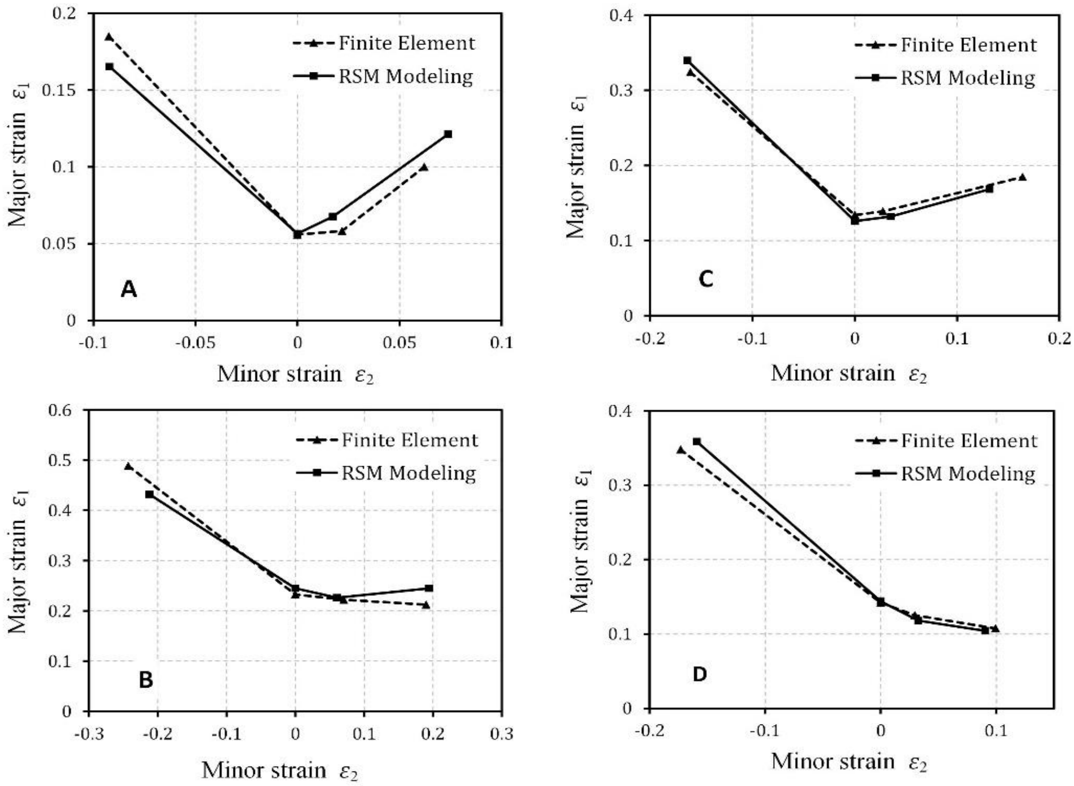
کرنش حدی	نوع تابع	انحراف معیار	ضریب تعیین	ضریب تعیین تنظیم شده	ضریب تعیین پیش‌بینی
L_1(max)	درجه ۲	۰/۰۲۳۴	۰/۹۸۷۳	۰/۹۸۵۶	۰/۹۸۳۵
L_2(min)	درجه ۲ کاهش یافته	۰/۰۱۶۸	۰/۹۷۲۰	۰/۹۶۸۱	۰/۹۶۳۵
M(max)	درجه ۲	۰/۰۲۲۴	۰/۹۸۷۶	۰/۹۸۵۸	۰/۹۸۲۲
R_1(max)	درجه ۲	۰/۰۲۴۳	۰/۹۸۶۰	۰/۹۸۳۵	۰/۹۷۸۶
R_2(min)	درجه ۲	۰/۰۱۰۵	۰/۹۶۱۰	۰/۹۵۵۲	۰/۹۴۷۳
RR_1(max)	درجه ۲	۰/۰۳۱۲	۰/۹۷۶۹	۰/۹۷۴۴	۰/۹۷۰۹
RR_2(min)	درجه ۲	۰/۰۳۱۷	۰/۹۸۱۰	۰/۹۷۸۹	۰/۹۷۶۲

جدول ۳ جملات توابع پیش‌بینی کرنش‌های حدی و ضرایب آن‌ها

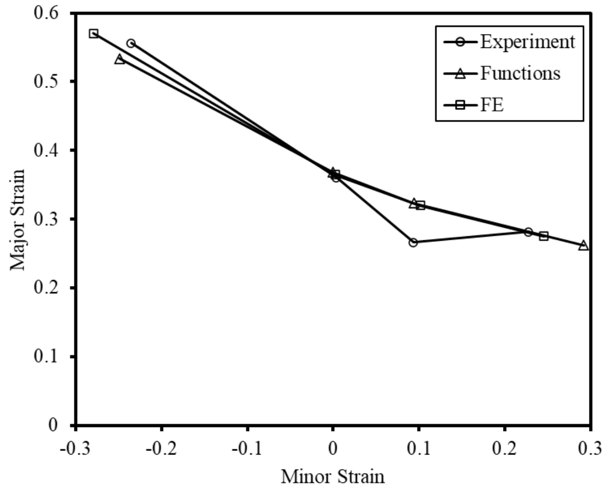
متغیر	نوع خروجی						
	$(RR2)^{0.5}$ =	$(RR1)^{0.5}$ =	R2 =	$(R1)^{0.5}$ =	$(M1)^{0.5}$ =	L2 =	$(L1)^{0.5}$ =
۱	+۰/۳۰۰۶	+۰/۳۴۳۱	+۰/۰۳۹۹	+۰/۳۴۷۰	+۰/۳۷۲۱	+۰/۱۶۱۵	+۰/۵۷۷۲
A - K	−۰/۰۰۱۵	+۰/۰۰۱۶	−۰/۰۰۳۳	−۰/۰۱۲۲	−۰/۰۰۹۳	+۰/۰۰۵۷	−۰/۰۰۸۵
B- ε_0	−۰/۰۰۱۱	−۰/۰۱۰۰	−۰/۰۰۴۲	−۰/۰۱۷۱	−۰/۰۳۰۳	+۰/۰۰۳۴	−۰/۰۱۰۳
C - n	+۰/۰۱۳۹	+۰/۰۰۴۳	+۰/۰۱۴۶	+۰/۰۵۹۸	+۰/۱۲۳۱	−۰/۰۴۰۶	+۰/۰۶۸۷
D - q_2	+۰/۱۶۰۲	+۰/۱۳۶۹	+۰/۰۳۵۵	+۰/۱۵۲۴	+۰/۱۱۷۳	−۰/۰۶۷۹	+۰/۱۴۳۹
E – $(1-f_0)$	−۰/۱۳۹۱	−۰/۱۲۵۷	−۰/۰۲۵۱	−۰/۰۹۰۸	−۰/۰۶۱۷	+۰/۰۳۵۰	−۰/۰۷۶۹
F - f_N	−۰/۰۲۶۸	−۰/۰۲۸۳	−۰/۰۰۶۴	−۰/۰۱۰۹	−۰/۰۰۵۵	+۰۰۸۵۰۱۴۳۰	−۰/۰۲۱۷
G - f_C	+۰/۰۴۲۴	+۰/۰۳۸۱	+۰/۰۰۷۹	+۰/۰۳۵۲	+۰/۰۳۴۰	−۰/۰۲۳۸	+۰/۰۵۴۹
AB	۰	۰	۰	۰	۰	+۰/۰۰۳۰	۰
AC	۰	۰	۰	+۰/۰۰۵۶	۰	۰	۰
AD	۰	۰	۰	۰	۰	+۰/۰۰۵۶	−۰/۰۰۷۴
AE	۰	۰	+۰/۰۰۲۲	+۰/۰۰۵۱	۰	۰	۰
BC	۰	۰	+۰/۰۰۲۸	+۰/۰۱۱۲	+۰/۰۱۹۰	۰	+۰/۰۰۵۰
CD	−۰/۰۱۱۷	۰	+۰/۰۰۴۱	۰	+۰/۰۲۵۴	−۰/۰۱۴۲	+۰/۰۰۷۳
CE	۰	۰	−۰/۰۰۸۹	−۰/۰۲۳۹	−۰/۰۳۳۰	+۰/۰۱۱۴	−۰/۰۱۴۴
CF	۰	۰	−۰/۰۰۱۹	−۰/۰۰۴۹	−۰/۰۰۵۳	+۰/۰۰۷۲	−۰/۰۰۸۲
CG	۰	۰	۰	+۰/۰۰۶۱	+۰/۰۱۲۷	−۰/۰۰۶۲	۰
DE	−۰/۰۲۸۷	−۰/۰۳۳۵	−۰/۰۰۹۸	۰	+۰/۰۲۱۷	−۰/۰۱۸۳	+۰/۰۵۳۴
DF	−۰/۰۲۶۶	−۰/۰۲۵۸	−۰/۰۰۶۱	−۰/۰۱۰۸	۰	+۰/۰۰۹۵	−۰/۰۱۴۲
DG	−۰/۰۱۴۵	−۰/۰۱۲۲	−۰/۰۰۲۳	−۰/۰۲۲۲	−۰/۰۲۲۲	−۰۰۸۵۰۱۴۱۰	−۰/۰۳۹۴
EF	+۰/۰۲۶۶	+۰/۰۲۹۸	+۰/۰۰۶۶	+۰/۰۱۰۵	۰	۰	۰
EG	−۰/۰۱۴۵	−۰/۰۱۴۰	−۰/۰۰۳۸	−۰/۱۲۲	−۰/۰۰۸۲	+۰/۰۰۶۲	۰
FG	۰	−۰/۰۰۶۳	۰	۰	۰	۰	۰
C^2	۰	۰	۰	−۰/۰۳۷۸	−۰/۰۶۶۱	۰	۰
D^2	+۰/۰۸۷۳	+۰/۰۹۱۶	+۰/۰۲۱۴	+۰/۰۵۹۲	۰	۰	۰
E^2	۰	۰	۰	+۰/۰۵۲۶	+۰/۰۶۵۳	۰	۰
G^2	۰	۰	۰	−۰/۰۴۲۵	−۰/۰۳۸۷	۰	−۰/۰۳۴۹

جدول ۴ مقادیر تصادفی پارامترهای ورودی جهت پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی

پارامترها	مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴
K (MPa)	۵۰۰	۹۰۰	۱۳۵۰	۱۳۵۰
ε_0	۰/۰۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۵
n	۰/۲۵	۰/۴	۰/۲	۰/۳۵
$1-f_0$	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹	۰/۹۹۴۹۵
q_2	۱	۱	۱	۱/۵
f_N	۰/۰۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲	۰/۰۱۵
f_C	۰/۰۰۵	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱۴



شکل ۱۳ مقایسه بین نمودارهای حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده توسط توابع تحلیلی و نمودارهای به دست آمده از شبیه‌سازی المان محدود مدل M-K



شکل ۱۴ مقایسه بین منحنی حد شکل‌دهی تجربی، توابع تحلیلی و شبیه‌سازی المان محدود برای ورق AISI 304

نتیجه‌گیری

نتایج نشان دادند که مدل المان محدود به روش M-K و معیار آسیب GTN یک روش ساده و در عین حال کارآمد برای تعیین کرنش‌های حدی ورق‌های فولادی است. به کمک داده‌های حاصل از شبیه‌سازی المان محدود، توابع تحلیلی برای محاسبه نمودار حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی به دست آمد که برای به دست آوردن کرنش‌های حدی، ۳ پارامتر مکانیکی K ، ε_0 و n و ۴ پارامتر میکرو f_0، q_2، f_N و f_C مدل GTN را مورد استفاده قرار می‌دهد. این توابع کرنش‌های حدی را برای مقادیر تصادفی پارامترهای ورودی با دقت بالایی محاسبه کردند. همچنین پیش‌بینی کرنش‌های حدی برای ورق فولادی AISI304 با استفاده از روابط تحلیلی و مدل المان محدود نشان داد که دقت

محاسبات توابع تحلیلی مشابه با دقت پیش‌بینی‌های مدل المان محدود است. به عنوان مثال، کرنش حدی در ناحیه کرنش صفحه‌ای با مدل المان و توابع تحلیلی به ترتیب برابر با ۰/۳۶۸۰ و ۰/۳۶۴۷ پیش‌بینی شد که خطای ۲/۰۱ و ۰/۴۴ درصدی نسبت به مقدار تجربی دارد. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی حاصل از توابع تحلیلی با نمودارهای به دست آمده از شبیه‌سازی المان محدود و نیز نمودار تجربی ورق فولادی AISI304 نشان داد که از این روش می‌توان به جای انجام شبیه‌سازی‌های عددی زمان‌بر یا انجام آزمون‌های تجربی پرهزینه در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی استفاده کرد.

فهرست علائم

f	حجم لحظه‌ای حفره‌ها
f^*	کسر حجمی مؤثر حفره‌ها
f_F^*	حجم نسبی نهایی حفره‌ها
f_0	کسر حجمی اولیه حفره‌ها
f_C	کسر حجمی بحرانی حفره‌ها
f_F	کسر حجمی حفره‌ها در لحظه شکست
f_N	کسر حجمی حفره‌های مستعد جوانه‌زنی یا کسر حجمی ناخالصی‌ها
q_1، q_2، q_3	پارامترهای تنظیم مدل GTN
S_N	انحراف معیار
Y	تنش تسلیم معادل

علائم یونانی

$\bar{\varepsilon}_N$	کرنش متوسط جوانه‌زنی
$\bar{\sigma}$	تنش مؤثر فون میسز

واژه‌نامه

انعقاد	Coalescence
ضریب تعیین	Coefficient of determination
مدل آسیب	Damage model
دیزاین ـ اکسپرت	Design-Expert
مارکزنی الکتروشیمیایی	Electrochemical Etching
منحنی حد شکل‌دهی	Forming limit curve (FLC)
مدل گورسون	Gurson model
مدل GTN	Gurson–Tvergaard–Needleman model
اتساع با سنبه سرکروی	Hemispherical-punch stretching
هیدرواستاتیک	Hydrostatic
ناحیه سالم	Imperfection zone
ناخالصی	Inclusion
ناهمسانگرد	Anisotropic
مارسینیاک ـ کوزینسکی	Marciniak-Kuczynski (M-K)
ناکازیما	Nakajima
ناحیه معیوب	Non-defective zone
جوانه‌زنی	Nucleation
میکروسکوپ الکترونی روبشی	Scanning Electron Microscope
مارکزنی الکتروشیمیایی	Electrochemical Etching
معادله سوئیفت	Swift equation

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] A. L. Gurson, "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth Part I-Yield criteria and flow rules for porous ductile media," *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 99, no. 1, pp. 2-15, 1977.

[2] Z. Marciniak and K. Kuczyński, "Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 9, no. 9, pp. 609-620, 1967.

[3] D. Banabic, D.-S. Comsa, P. Eyckens, A. Kami, and M. Gologanu, "Advanced models for the prediction of forming limit curves," *Multiscale Modelling in Sheet Metal Forming*, D. Banabic, Ed.: Springer, pp. 205-300.

2016.

[4] C. Zhao, T. Wang, Z. Li, J. Liu, Z. Huang, and Q. Huang, "Prediction of magnesium alloy edge crack in edge-constraint rolling process by using a modified GTN model," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 241, p. 107961, 2023.

[5] V. Tvergaard, "On localization in ductile materials containing spherical voids," *International Journal of Fracture*, vol. 18, no. 4, pp. 237-252, 1982.

[6] V. Tvergaard and A. Needleman, "Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar," *Acta Metallurgica*, vol. 32, no. 1, pp. 157-169, 1984.

[7] D. Banabic, A. Kami, D.-S. Comsa, and P. Eyckens, "Developments of the Marciniak-Kuczynski model for sheet metal formability: A review," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 287, p. 116446, 2021.

[8] M. Gologanu, D. S. Comsa, and D. Banabic, "Theoretical model for forming limit diagram predictions without initial inhomogeneity," *AIP Conference Proceedings*, vol. 1532, no. 1, pp. 245-253, 2013.

[9] A. Kami and D.-S. Comsa, "A Simplified Description of the Uniaxial Tensile Test Used for Calibrating Constitutive Models of Orthotropic Porous Sheet Metals," *AUT Journal of Mechanical Engineering*, vol. 2, no. 2, pp. 127-136, 2018.

[10] X. Chen, "Numerical simulation of effects of cladding and superimposed hydrostatic pressure on fracture in metals under tension," Master Thesis, McMaster University, 2009.

[11] A. Melander, "A new model of the forming limit diagram applied to experiments on four copper-base alloys," *Materials Science and Engineering*, vol. 58, no. 1, pp. 63-88, 1983.

[12]M. Chelovian and A. Kami, " Study on formability of AISI 304 steel sheet using MK model and GTN damage criterion," *Journal of Mechanical Engineering*, vol. 50, no. 1, pp. 71-79, 2020.

[13] M. E. Hosseini, S. J. Hosseinipour, and M. Bakhshi-Jooybari, "Theoretical FLD Prediction Based on M-K Model using Gurson's Plastic Potential Function for Steel Sheets," *Procedia Engineering, Conference Paper*, vol. 183, pp. 119-124, 2017.

[14] Y.-b. Wang, C.-s. Zhang, Z.-j. Meng, L. Chen, and G.-q. Zhao, "A novel three-dimensional M-K model by integrating GTN model for accurately identifying limit strains of sheet metal," *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, vol. 33, no. 7, pp. 1953-1962, 2023.

[15] A. Barfeh, R. Hashemi, R. Safdarian, D. Rahmatabadi, A. Aminzadeh, and S. Sattarpanah Karganroudi, "Predicting the forming limit diagram of the fine-grained AA 1050 sheet using GTN damage model with experimental verifications," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 237, no. 14, pp. 2325-2335, 2022.